

基于NSP的微弱频率确知信号的提取

胡维平¹, 胡晰远²

(1. 广西师范大学电子工程学院, 广西桂林 541004; 2. 南京理工大学计算机科学与工程学院, 江苏南京 210014)

摘要: 为实现确知频率信号在强噪声环境下的有效提取, 本文在零空间追踪(Null Space Pursuit, NSP)方法的基础上, 通过增加已知频率的先验信息约束, 提出了一种基于频率确知信号约束的微弱信号提取方法. 该方法继承了零空间追踪方法的优良属性, 通过将确定的频率作为先验信息约束, 可以实现其微弱信号相位和幅度的有效提取, 仿真实验证明最多可实现高达30dB信噪比的提升; 特别适合相对低信噪比环境下(信噪比小于-5dB)的微弱信号提取. 该方法提供了常规的微弱确知信号的检测/提取方法之外的一种新的选择.

关键词: 自适应信号分解; 频率确知信号; 微弱信号提取; 零空间追踪

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112(2021)09-1768-08

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.12263/DZXB.20190147

An Approach of Weak Frequency Determined Signal Extracting Based on Null Space Pursuit

HU Wei-ping¹, HU Xi-yuan²

(1. College of Electronic Engineering, Guangxi Normal University, Guilin, Guangxi 541004, China;

2. School of Computer Science and Engineering, Nanjing University of Sciences & Technology, Nanjing, Jiangsu 210014, China)

Abstract: In order to realize the effective extraction of determined frequency signal under the strong noise environment, we propose a weak signal extraction method based on null space pursuit(NSP) and determined frequency signal constraint. The proposed approach inherits the excellent properties of NSP algorithm, by incorporating the determined frequency as prior information constraint, can extract the amplitude and phase of the weak signal effectively. The simulated experimental results show that, for the weak signal extraction, the proposed approach can improve signal to noise ratio (SNR) up to 30dB and especially suitable for low SNR environment extraction (i.e. SNR below -5dB). In addition to the traditional methods, this approach provides an alternative way for the weak signal extraction or detection.

Key words: adaptive signal separation; frequency determined signal; weak signal extracting; null space pursuit

1 引言

信号检测和提取是信号处理的重要内容之一, 强噪声背景下微弱信号的提取又是信号检测和估计中的难点, 其目的就是抑制噪声, 将有用的信号从强噪声背景中分离出来, 或者用一些新技术和新方法来提高检测系统输出信号的信噪比.

有众多的方法可以实现微弱信号在强噪声背景下的检测或提取^[1]. 基本上, 针对单频率微弱信号检测/提取的经典方法目前一般有如下几种, 多重自/互相关, 锁相放大, 匹配滤波以及随机共振方法^[2]等等. 其中匹配滤波器是针对白噪声, 在已经知道信号先验信息的

前提下, 应用已知信号频谱的共轭作为滤波器的传递函数, 得到输出端的信号瞬时功率与噪声平均功率的比值最大的线性滤波器. 而随机共振是1981年Benzi^[2]提出的概念: 当非线性系统、弱的周期驱动信号和适量的噪声三者一定条件下协作时, 噪声通过非线性系统对信号起到积极的增强作用, 可以实现信噪比的有效提升. 这打破了以往学者们认为噪声总是有害的、是造成无序的根源的观点. 相比匹配滤波方法而言, 随机共振方法并不需要预先知道待处理信号的先验信息, 在强噪声背景下检测微弱信号方面显示出了独特的优势得到了持续的热点关注^[3-5].

经验模态分解(Empirical Mode Decomposition,

EMD)^[6]是 1998 年 Norden 黄提出的一种全新的由数据局部特征驱动的信号自适应分解方法. 在 EMD 方法的启发下, 中科院自动化所研究员彭思龙和黄文良深入的研究了窄带信号的相关数学表达和物理特性, 彻底抛弃了信号包络的概念而回归到信号分解目标为局部对称的起点, 借鉴了匹配追踪 Match Pursuit/拉格朗日乘子法/非对称最小二乘方法等数学手段和 EMD 逐次筛选逼近的思路, 成功的提出了奇异局部线性算子/零空间追踪的信号自适应分解方法 NSP(Null Space Pursuit, 零空间追踪)^[7,8]. 近年来, NSP 方法得到了较大的发展. 在 NSP 微分算子的研究方向, 针对 AM-FM 信号的特征, 增加了二阶差分算子的一次项表达, 在其鲁棒性得到提升的同时, 放宽了对其约束目标窄带的要求^[9]; 而提出的复数差分算子使得 AM-FM 信号完全而非近似的被纳入其定义的零空间中, 并且从理论上证明了其方法的二次收敛性^[10]. 在积分算子的研究方向, 通过研究二阶微分算子和积分算子的等效转换, 提出了基于特征值核函数的积分算子方法, 该方法能够在高噪声环境下进行可靠有效的多分量信号的分离和提取^[11]. 在 NSP 的应用方向也取得了一些进展, 提出了多算子组合的 NSP 方法^[12]和基于多算子组合的盲信号分离方法^[13]; 前者针对信号分解中的模式混淆问题和 NSP 方法中的参数初值进行了优化研究, 而后者能够有效处理信号盲源分离中的欠定和过定的问题. 因此, NSP 方法在信号的自适应分解方向的研究展示了极具潜力的特性, 提供了我们在该方向一种新的思考新的技术手段.

在语音分解和重构过程中, 语音信号的基频可以被有效的预先提取出来, 而语音信号的能量基本分布在其基频及基频的倍频上. 因此在仅仅已知信号频率信息(相位信息未知)的基础上, 如何有效、自适应的分解语音和重构语音信号, 一直是我们的长期的研究任务和目标.

考虑到语音分解重构的要求, 以及被类似“软锁定放大器”的思路所启发, 在 NSP 方法的基础上, 通过增加已知频率的先验信息约束, 本文提出了基于 NSP 的微弱频率确知信号提取的有效方法(NSP- α 方法). 本方法继承了 NSP 方法的优良属性, 在已知信号频率的基础上, 可以实现其微弱信号幅度和相位的优先提取, 最多实现高达 30dB 信噪比的提升, NSP- α 是独立于目前常规的单频率微弱确知信号的检测/提取方法之外的一种新的探索研究, 具有广泛的工程应用前景.

2 基于零空间追踪(NSP)方法的频率确知信号提取

NSP 方法^[7,8], 首先定义奇异局部线性算子(微分算

子)如下:

$$T_s = \frac{d^2}{dt^2} + \alpha(t) \quad (1)$$

则若其算子 T_s 作用于单频率信号 $e^{i\phi(t)}$ 并使其作用域内的结果为零, 即 $T_s(e^{i\phi(t)})=0$. 显然可以很容易得到 $\alpha(t)=\phi'(t)^2$, 其中 $\phi'(t)$ 为单频率信号相位导数即瞬时角频率.

给定信号 $S(t)$, 我们希望找到一些局部窄带信号 $S_i(t)$ 和一个剩余量 $U_M(t)$ 使得:

$$S(t) = \sum_{i=1}^M S_i(t) + U_M(t) \quad (2)$$

其中 $S_i(t)$ 是一个广义局部窄带信号, $U_M(t)$ 是余量. 由于 $S_i(t)$ 是一个广义局部窄带信号, 那么存在一个奇异局部线性算子 T_s 使得:

$$T_s(S_i)(t) = 0 \quad (3)$$

这样就可以将一个信号 $S(t)$ 分解为多个局部窄带子分量之和, 分解的方法采用类似 EMD 筛选的迭代方法. 其中每一个子信号 $S_i(t)$ 都是算子 T_s 的零空间信号, $U_M(t)$ 是迭代过程中的残余信号, 在每一步迭代中需要找到最佳的零空间信号. 具体可以通过求如下的优化问题实现零空间信号的优化提取, 其中 F 为定义的优化代价函数:

$$F(\alpha(t), U, \lambda_1, \gamma, \lambda_2) = \arg \min_{\alpha(t), U, \lambda_1, \gamma, \lambda_2} \left\{ \left\| T_s(S-U) \right\|^2 + \lambda_1 (\|U\|^2 + \gamma \|S-U\|^2) + \lambda_2 \|D\alpha(x)\|^2 \right\} \quad (4)$$

式中 D 是二阶的微分算子, 用来规则化 $\alpha(x)$, λ_1 和 λ_2 是拉格朗日乘子参数, γ 是泄漏因子. 在离散情况下上式可写为:

$$F(\alpha, U, \lambda_1, \gamma, \lambda_2) = \arg \min_{\alpha, U, \lambda_1, \gamma, \lambda_2} \left\{ \left\| (D+P_\alpha)(S-U) \right\|^2 + \lambda_1 (\|U\|^2 + \gamma \|S-U\|^2) + \lambda_2 \|D\alpha\|^2 \right\} \quad (5)$$

其中, D 是二阶差分算子, S, U, α 为长度 L 的列向量, γ 为控制分解贪婪度的指数, P_α 是对角矩阵且对角元素与 α 相等.

可通过类似 EMD 筛选过程的迭代方法, 得到该优化问题的解, 即分别得到变量 $\alpha, \lambda_1, \gamma, U$ 的估计值 $\hat{\alpha}_{j+1}, \hat{\lambda}_1^{j+1}, \hat{\gamma}^{j+1}, \hat{U}_{j+1}$ (j 为迭代次数) 在优化过程中的迭代表达式, 从而得到达到算子 T_s 分解要求的优化分解结果.

在 NSP 的基础上, 本文提出一个具有已知固定单频率约束的改进 NSP 模型应用在高噪声的背景下的分解方法 NSP- α 法, 推导如下.

同样应用第二类微分算子, 为了能够在高噪声环境中优先分解瞬时频率(平方)为 α_0 的单频率成分信号, 定

义 λ_3 为拉格朗日乘子参数,修正优化过程的代价函数为:

$$F(\mathbf{a}, \mathbf{U}, \lambda_1, \gamma, \lambda_2, \lambda_3) = \arg \min_{\mathbf{a}, \mathbf{U}, \lambda_1, \gamma, \lambda_2, \lambda_3} \left\{ \left\| (\mathbf{D} + \mathbf{P}_a)(\mathbf{S} - \mathbf{U}) \right\|^2 + \lambda_1 (\|\mathbf{U}\|^2 + \gamma \|\mathbf{S} - \mathbf{U}\|^2) + \lambda_2 \|\mathbf{D}\mathbf{a}\|^2 + \lambda_3 \left\| \mathbf{a} - \mathbf{a}_0 \right\|^2 \right\} \quad (6)$$

$$\frac{\partial F(\mathbf{a}, \mathbf{U}, \lambda_1, \gamma, \lambda_2, \lambda_3)}{\partial \mathbf{a}} = 2\mathbf{A}^T (\mathbf{A}\mathbf{a} + \mathbf{D}(\mathbf{S} - \mathbf{U})) + 2\lambda_2 \mathbf{D}^T \mathbf{D}\mathbf{a} + 2\lambda_3 (\mathbf{a} - \mathbf{a}_0) \quad (7)$$

为了估计 $\hat{\mathbf{a}}$, 令 $\frac{\partial F(\mathbf{a}, \mathbf{U}, \lambda_1, \gamma, \lambda_2, \lambda_3)}{\partial \mathbf{a}} = 0, \lambda_2 = \hat{\lambda}_2$ 则可以得到:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A}\hat{\mathbf{a}} + \mathbf{A}^T \mathbf{D}(\mathbf{S} - \hat{\mathbf{U}}) + \hat{\lambda}_2 \mathbf{D}^T \mathbf{D}\hat{\mathbf{a}} + \lambda_3 \hat{\mathbf{a}} - \lambda_3 \mathbf{a}_0 = 0 \quad (8)$$

其中 \mathbf{A} 为对角阵, 其对角上元素等于 $\mathbf{S} - \mathbf{U}$. 这样可以得到 $\hat{\mathbf{a}}$ 的迭代式:

$$\hat{\mathbf{a}}(t) = (\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \hat{\lambda}_2 \mathbf{D}^T \mathbf{D} + \lambda_3 \mathbf{I})^{-1} (\lambda_3 \mathbf{a}_0 - \mathbf{A}^T \mathbf{D}(\mathbf{S} - \hat{\mathbf{U}})) \quad (9)$$

相似的, 令 $\frac{\partial F}{\partial \mathbf{U}}|_{\mathbf{a}=\hat{\mathbf{a}}} = 0$, 可以得到残余信号的最优估计:

$$\hat{\mathbf{U}} = (\mathbf{Q}^T \mathbf{Q} + (1 + \hat{\gamma})\hat{\lambda}_1 \mathbf{I})^{-1} (\mathbf{Q}^T \mathbf{Q}\mathbf{S} + \hat{\lambda}_1 \hat{\gamma} \mathbf{S}) = \mathbf{M}(\hat{\lambda}_1, \hat{\gamma}) (\mathbf{Q}^T \mathbf{Q}\mathbf{S} + \hat{\lambda}_1 \hat{\gamma} \mathbf{S}) \quad (10)$$

其中, $\mathbf{Q} = \mathbf{D} + \mathbf{P}_a$, 定义 $\mathbf{M}(\hat{\lambda}_1, \hat{\gamma}) = (\mathbf{Q}^T \mathbf{Q} + (1 + \hat{\gamma})\hat{\lambda}_1 \mathbf{I})^{-1}$.

由于瞬时频率的估计值 $\hat{\mathbf{a}}$ 依赖于参数 $\hat{\lambda}_2$, Wen-Liang Hwang 等人通过大量的数值实验证明得出: $\hat{\lambda}_2$ 的大小对求取最佳瞬时频率的值影响较小, 因此该值可以设定为一较小的常数. 因此推导残余信号 \mathbf{U} 的重估公式则主要取决于参数 $\hat{\lambda}_1$ 和 $\hat{\gamma}$.

设计信号模型: 假设信号 \mathbf{S} 由两个相互正交的分量组成, 即信号理想分解的结果为:

$$\mathbf{S} = \tilde{\mathbf{U}} + \tilde{\mathbf{V}} \quad (11)$$

且 $\tilde{\mathbf{V}}$ 是算子 $\mathbf{D} + \mathbf{P}_a$ 的零空间成份, 而实际分解得到的信号 $\hat{\mathbf{U}}$ 是理想残余信号 $\tilde{\mathbf{U}}$ 和理想零空间信号 $\tilde{\mathbf{V}}$ 的线性加权组合, 是实际优化分解的结果, 其可以表示为部分理想残余信号 $\tilde{\mathbf{U}}$ 和部分理想 $\tilde{\mathbf{V}}$ 的线性加权和:

$$\hat{\mathbf{U}} = \beta_1 \tilde{\mathbf{U}} + \beta_2 \tilde{\mathbf{V}} \quad (12)$$

其中, β_1, β_2 是常系数, 结合式 $\mathbf{S} = \tilde{\mathbf{U}} + \tilde{\mathbf{V}}, \tilde{\mathbf{V}}^T \tilde{\mathbf{U}} = 0, (\mathbf{D} + \mathbf{P}_a)\tilde{\mathbf{V}} = 0$ 可以推导出下式:

$$F(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{U}}, \lambda_1, \gamma, \lambda_2, \lambda_3) = \left\| (\mathbf{D} + \mathbf{P}_a)(\mathbf{S} - \hat{\mathbf{U}}) \right\|^2 + \lambda_1 (\|\hat{\mathbf{U}}\|^2 + \gamma \|\mathbf{S} - \hat{\mathbf{U}}\|^2) + \hat{\lambda}_2 \|\mathbf{D}\hat{\mathbf{a}}\|^2 + \lambda_3 \left\| \hat{\mathbf{a}} - \mathbf{a}_0 \right\|^2 = (1 - \beta_2)^2 \left\| (\mathbf{D} + \mathbf{P}_a)\tilde{\mathbf{U}} \right\|^2 + \lambda_1 (\beta_1^2 + \gamma(1 - \beta_1)^2) \|\tilde{\mathbf{V}}\|^2 + \lambda_1 (\beta_2^2 + \gamma(1 - \beta_2)^2) \|\tilde{\mathbf{U}}\|^2 + \hat{\lambda}_2 \|\mathbf{D}\hat{\mathbf{a}}\|^2 + \lambda_3 \left\| \hat{\mathbf{a}} - \mathbf{a}_0 \right\|^2 \quad (13)$$

从式(13)中可以看出常系数 β_1, β_2 是分别对应 $\tilde{\mathbf{U}}$ 和

$\tilde{\mathbf{V}}$, 所以可分成两部分求解 $F(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{U}}, \lambda_1, \gamma, \hat{\lambda}_2, \lambda_3)$ 中的最优参数值: F_1 和 $F - F_1$, 其中 F_1 表示如下:

$$F_1 = \lambda_1 (\beta_1^2 + \gamma(1 - \beta_1)^2) \|\tilde{\mathbf{V}}\|^2 \quad (14)$$

对 β_1 求偏导, 并令 $\partial F_1 / \partial \beta_1 = 0$, 可得:

$$\beta_1 = \gamma / (1 + \gamma) \quad (15)$$

同样, 对 β_2 求偏导, 并令 $\partial(F - F_1) / \partial \beta_2 = 0$, 可得:

$$\beta_2 = \frac{\left\| (\mathbf{D} + \mathbf{P}_a)\tilde{\mathbf{U}} \right\|^2 + \lambda_1 \gamma^2 \|\tilde{\mathbf{U}}\|^2}{\left\| (\mathbf{D} + \mathbf{P}_a)\tilde{\mathbf{U}} \right\|^2 + \lambda_1 (1 + \gamma) \|\tilde{\mathbf{U}}\|^2} \quad (16)$$

当 λ_1 的取值非常小时, β_2 约等于 1, 把式(15)、(16)代入式(11)可得:

$$\hat{\mathbf{U}} = \frac{\gamma}{1 + \gamma} \tilde{\mathbf{V}} + \tilde{\mathbf{U}} \quad (17)$$

$$\mathbf{S} - \hat{\mathbf{U}} = \frac{1}{1 + \gamma} \tilde{\mathbf{V}} \quad (18)$$

回顾式(6)可以看出式(18)是算子 $(\mathbf{D} + \mathbf{P}_a)$ 实际筛选出来的信号, 实际上算子 $(\mathbf{D} + \mathbf{P}_a)$ 并没有能够把 $\tilde{\mathbf{V}}$ 完全的消除掉. 基于假设模型: $\mathbf{S} = \tilde{\mathbf{U}} + \tilde{\mathbf{V}}$ 和 $\tilde{\mathbf{V}}^T \tilde{\mathbf{U}} = 0$, 我们可以得到优化的泄露因子 γ , 如下所示:

$$\frac{(\mathbf{S} - \hat{\mathbf{U}})^T \mathbf{S}}{\|\mathbf{S} - \hat{\mathbf{U}}\|^2} = 1 + \gamma = 1 + \hat{\gamma} \quad (19)$$

另外, 利用式(10)可以得到:

$$\begin{aligned} \mathbf{S} - \hat{\mathbf{U}} &= \mathbf{S} - (\mathbf{Q}^T \mathbf{Q} + (1 + \hat{\gamma})\hat{\lambda}_1 \mathbf{I})^{-1} \times (\mathbf{Q}^T \mathbf{Q}\mathbf{S} + \hat{\lambda}_1 \hat{\gamma} \mathbf{S}) \\ &= \hat{\lambda}_1 (\mathbf{Q}^T \mathbf{Q} + (1 + \hat{\gamma})\hat{\lambda}_1 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{S} \\ &= \hat{\lambda}_1 \mathbf{M}(\hat{\lambda}_1, \hat{\gamma}) \mathbf{S} \end{aligned} \quad (20)$$

通过式(20)可以得到:

$$\frac{(\mathbf{S} - \hat{\mathbf{U}})^T \mathbf{S}}{\|\mathbf{S} - \hat{\mathbf{U}}\|^2} = \frac{1}{\hat{\lambda}_1} \frac{\mathbf{S}^T \mathbf{M}(\hat{\lambda}_1, \hat{\gamma})^T \mathbf{S}}{\mathbf{S}^T \mathbf{M}(\hat{\lambda}_1, \hat{\gamma})^T \mathbf{M}(\hat{\lambda}_1, \hat{\gamma}) \mathbf{S}} \quad (21)$$

通过式(19)、(21)又能得到:

$$\frac{1}{\hat{\lambda}_1} \frac{\mathbf{S}^T \mathbf{M}(\hat{\lambda}_1, \hat{\gamma})^T \mathbf{S}}{\mathbf{S}^T \mathbf{M}(\hat{\lambda}_1, \hat{\gamma})^T \mathbf{M}(\hat{\lambda}_1, \hat{\gamma}) \mathbf{S}} = 1 + \hat{\gamma} \quad (22)$$

交换式(22)中两参数的位置, 可得到 λ_1 的优化值:

$$\frac{1}{1 + \hat{\gamma}} \frac{\mathbf{S}^T \mathbf{M}(\hat{\lambda}_1, \hat{\gamma})^T \mathbf{S}}{\mathbf{S}^T \mathbf{M}(\hat{\lambda}_1, \hat{\gamma})^T \mathbf{M}(\hat{\lambda}_1, \hat{\gamma}) \mathbf{S}} = \hat{\lambda}_1 \quad (23)$$

从上面推导过程中可以看出: 只要已知 \mathbf{a}_0 并给定 λ_2, λ_3 , 以及 λ_1, γ 的初始值, 就能通过重估公式分别得到其对应变量的估计值 $\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{U}}, \lambda_1, \gamma$.

总结 NSP- α 法算法如算法 1.

算法 1 NSP- α 法的算法

步骤 1 设输入的信号为 \mathbf{S} , 已知确知信号频率(平方) \mathbf{a}_0 , 给定拉格朗日参数 λ_2, λ_3 , 以及方法的停止阈值 ϵ , 初始化参数 λ_1^0, γ^0 的值;

步骤 2 给所有的参数赋初值:

$$j \leftarrow 0, \hat{U}_j \leftarrow 0, \lambda_1^j \leftarrow \lambda_1^0, \gamma^j \leftarrow \gamma^0;$$

步骤 3 瞬时频率的计算公式:

$$\hat{\alpha} = (A^T A + \hat{\lambda}_2 D^T D + \lambda_3 I)^{-1} (\lambda_3 \alpha_0 - A^T D(S - \hat{U}_j)) \quad (24)$$

其中 A_j 是对角矩阵且对角元素等于 $S - \hat{U}_j$;

步骤 4 λ_1^{j+1} 的计算公式如下:

$$\lambda_1^{j+1} = \frac{S^T M(Q_j, \lambda_1^j, \gamma^j)^T S}{(1 + \gamma^0) S^T M(Q_j, \lambda_1^j, \gamma^j)^T M(Q_j, \lambda_1^j, \gamma^j) S} \quad (25)$$

$Q_j = D + P_{\hat{\alpha}_j}$, $M(Q_j, \lambda_1^j, \gamma^j) = (Q_j^T Q_j + (1 + \gamma^j) \lambda_1^j I)^{-1}$, $P_{\hat{\alpha}_j}$ 是一个对角矩阵且其对角元素与 $\hat{\alpha}_j$ 相等;

步骤 5 \hat{U}_{j+1} 的计算公式如下:

$$\hat{U}_{j+1} = (Q_j^T Q_j + (1 + \gamma^j) \lambda_1^{j+1} I)^{-1} \times (Q_j^T Q_j S + \gamma^j \lambda_1^{j+1} S) \quad (26)$$

步骤 6 γ^{j+1} 的计算公式如下:

$$\gamma^{j+1} = \frac{(S - \hat{U}_{j+1})^T S}{\|S - \hat{U}_{j+1}\|^2} - 1 \quad (27)$$

步骤 7 判定下面的条件:

$$\|\hat{U}_{j+1} - \hat{U}_j\| > \varepsilon \|S\| \quad (28)$$

如果成立, 设置 $j = j + 1$ 然后继续运算步骤 3;

步骤 8 否则, 最佳 $U, \lambda_1, \gamma, \alpha$ 分别为: $\hat{U} = \hat{U}_{j+1}, \lambda_1 = \lambda_1^{j+1}, \gamma = \gamma^{j+1}, \hat{\alpha} = \alpha_{j+1}$ 通过执行上面的方法, 就可以从输入信号 S 中分离出频率确知信号 \hat{U} 和 $S - \hat{U}$.

3 应用 NSP- α 实现频率确知信号从不同强度白噪声背景中的提取

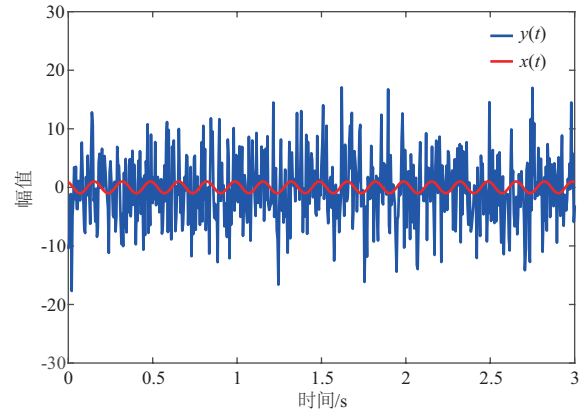
3.1 仿真实验 1

一个具体的去噪实例: 采用模型 $y = x + g$, 其中 y 为观测到的信号, x 为原始输入信号, g 为高斯白噪声. 定义输入频率确知信号 $x = \cos(2\pi f_0 n + 0.5)$, 其中 $2\pi f_0$ 为数字域频率, $f_0 = 0.03$, 采样频率为 $800/3\text{Hz}$, 数据长度 800, 去噪前输入信噪比为 -15dB , 其中拉格朗日参数 $\lambda_1 = 0.01, \lambda_2 = 0.001$ 按文献[8, 14]得到的结论设定, 并在随后的实验中保持该设定, λ_3 初值设定为 0.01.

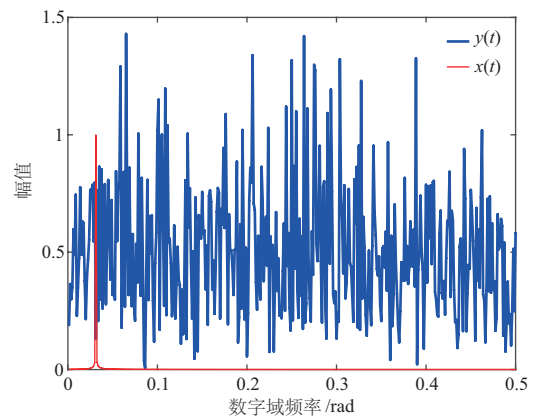
NSP- α 方法提取的 \hat{x} 信号(蓝线)如图 1(c) 所示, 图 1(c) 显示, NSP- α 方法提取的信号 \hat{x} 的相位信息准确, 提取的幅度信息基本正确, 去噪后信噪比为 14.42dB , 其输出信噪比提升达 29.42dB , 说明该方法能够有效的恢复频率确知信号.

值得注意的是, 提取的信号 \hat{x} 的幅度总是要大于原始输入信号 x . 这是因为该方法把噪声信号基于 $f_0 = 0.03$ 邻域的能量同时抽取出来迭加到 x 上, 因此, x 的提取结果是拥有正误差的有偏估计.

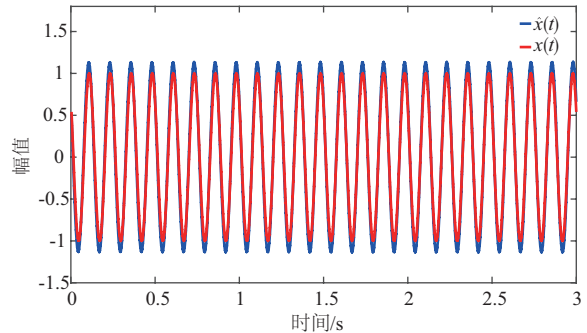
由图 1(d) 可知, NSP 方法分解输入信号 y 获得的结果(这里仅显示了前 2 阶 IMF 分解结果)呈现出白噪声分解的特点, NSP 方法并不能针对淹没在噪声里的单频



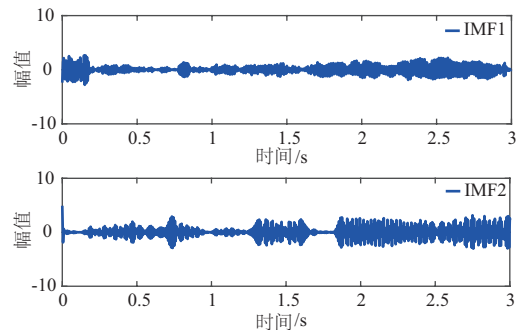
(a) 观测信号 y (蓝线)和输入信号 x (红线)



(b) 观测信号 y (蓝线)和输入信号 x (红线)的傅里叶谱



(c) NSP- α 方法提取的 \hat{x} 信号(蓝)和输入信号 x (红)



(d) 应用 NSP 方法提取输入信号 y 得到的第一阶和第二阶 IMF

图 1 一个具体的去噪示例

率目标信号进行有效的提取。

3.2 仿真实验2

输入信噪比改变的例子:仍然采用模型 $y=x+g$,其中 y 为观测到的信号, x 为原始输入信号, g 为高斯白噪声.定义输入频率确知信号 $x=\cos(2\pi f_0 n+0.5)$, $f_0=0.03$,数据长度800.在不同噪声强度及不同 λ_3 的值的去噪实验如图2所示.

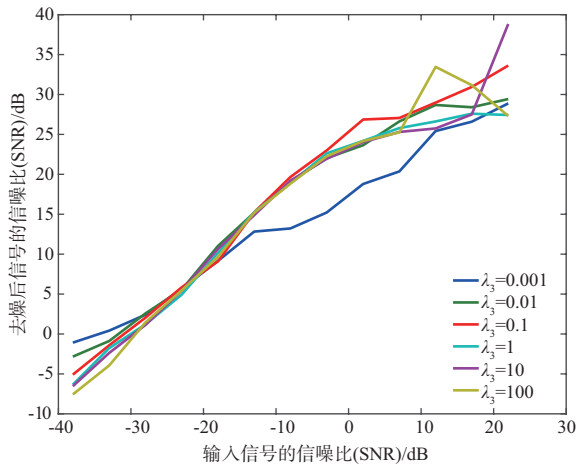


图2 不同噪声不同 λ_3 值的实验结果

从图2中可以发现:

(1) λ_3 具有较高的鲁棒性,表现在除了 $\lambda_3=0.001$ 时情况其去噪效果稍差, λ_3 取0.01~100在去噪平面上的分布皆比较集中,在此设定值区间去噪稳定且去噪效果优良.

(2)去噪的效果可以大约区分为2个区间.在输入信噪比小于-5dB时,去噪的效果可以提升约25~30dB,在输入信噪比大于-5dB时,去噪的效果可以提升约15dB.也就是说该方法对微弱信号高噪声的情况去噪的效果相对更好.

3.3 仿真实验3

一个频率随时间变化的信号去噪提取:

仍然采用模型 $y=x+g$,其中 y 为观测到的信号, x 为原始输入信号, g 为高斯白噪声.定义输入离散信号 $x=\cos\left(2\pi f_0 n+3\sin\left(\frac{\pi f_0 n}{8}\right)+0.5\right)$,确知频率 $f_0=0.03$,数据长度800.在不同噪声强度及不同 λ_3 取值的去噪实验如图3所示.

从图3中可以发现,当 $\lambda_3 > 0.1$ 时,提取效果较差,这是因为输入信号频率是变化的,如果约束太强(λ_3 较大,例如 $\lambda_3 > 0.1$),就变成优先筛选固定的确知频率,因此提取效果变差.如果放宽约束(λ_3 较小,例如 $\lambda_3 < 0.001$),则在输入信噪比小于10dB的区间基本不能够实现去噪和信噪比的提升,甚至信噪比有恶化的趋势,

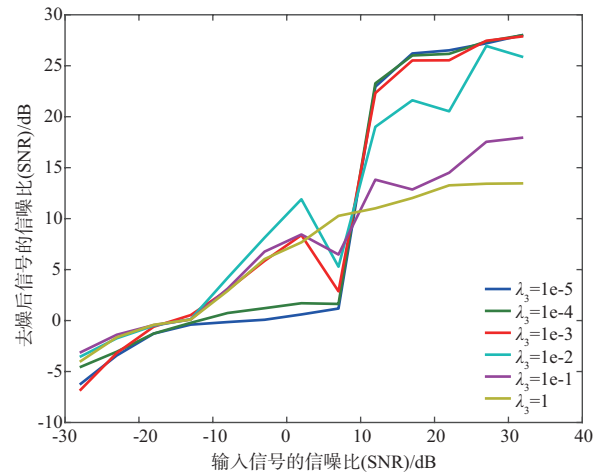


图3 频率变化时信号去噪的实验

而在输入信噪比大于10dB的区间的信噪比提升效果也非常有限,最多不超过5dB的增幅.

一个具体的去噪例子如图4所示,输入信号同图3例.其中拉格朗日参数设置 $\lambda_3=0.001$,信号输入信噪比-6dB,输出信噪比增益约10dB.其显示当输入信号瞬时频率为波动变化时,本方法对幅度的跟踪的误差较大,但基本能够提取和跟踪其瞬时频率的变化趋势,提取的相位信息基本正确,但瞬时频率仍然存在不可忽视的误差波动,因此联合考虑到图3的实验结果,固定约束的确知频率和改变约束因子 λ_3 都不适用于实现频率随时间变化的(或存在多普勒频移的)确知频率信号提取.

3.4 仿真实验4

微弱信号提取的对比:采用仿真实验1中的相同信号设置:(采用模型 $y=x+g$,其中 y 为观测到的信号, x 为原始输入信号, g 为高斯白噪声.定义输入频率确知信号 $x=\cos(2\pi f_0 n+0.5)$,其中 $2\pi f_0$ 为数字域频率, $f_0=0.03$,数据长度800),随机共振参数设置^[2,3]为 $b=1$, $a=0.2895$,去噪前输入信噪比为-15dB,输出信号信噪比为4.38dB.得到实验结果如图5.

比较实验1、图1(c)及实验4、图5(c)可知,在有先验频率信息的基础上,NSP- α 方法可以有效的提取原始信号,能够完整保持原始信号的相位和原始信号波形,其失真的来源主要是幅度失真;而随机共振方法也可以有效提升输出信号信噪比(有效提升信噪比19.38dB),与输入信号 x 相比,输出信号波形尽管不够光滑完整但能够基本保持单频率信号属性,图5(d)显示随机共振方法提取的信号 \hat{x} 的频谱与输入信号 x 频谱重合,这说明了随机共振方法对信号提取的有效性.

最后考虑到随机共振方法在低信噪比条件下对信号检测的有效性,我们用本文的结果和随机共振在不同场合的应用进行了比较:文献[15]应用随机共振方

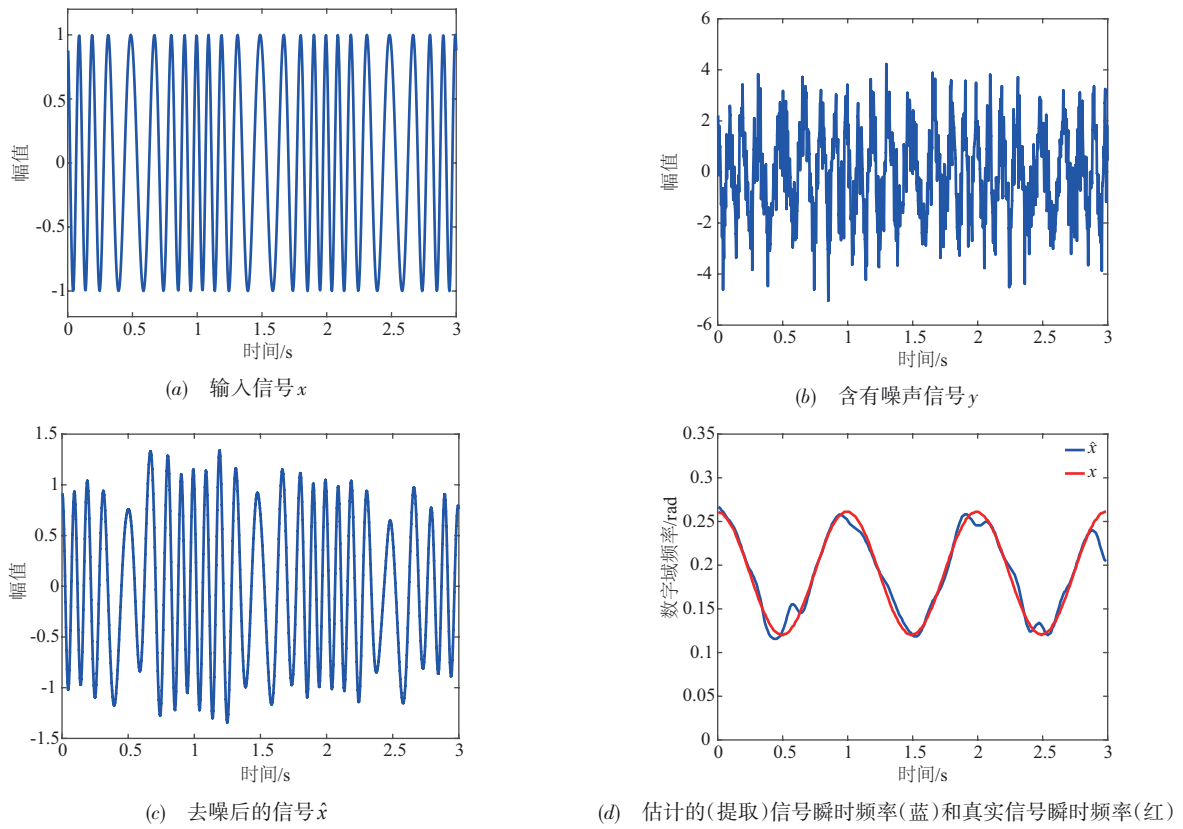


图4 频率变化的信号去噪示例

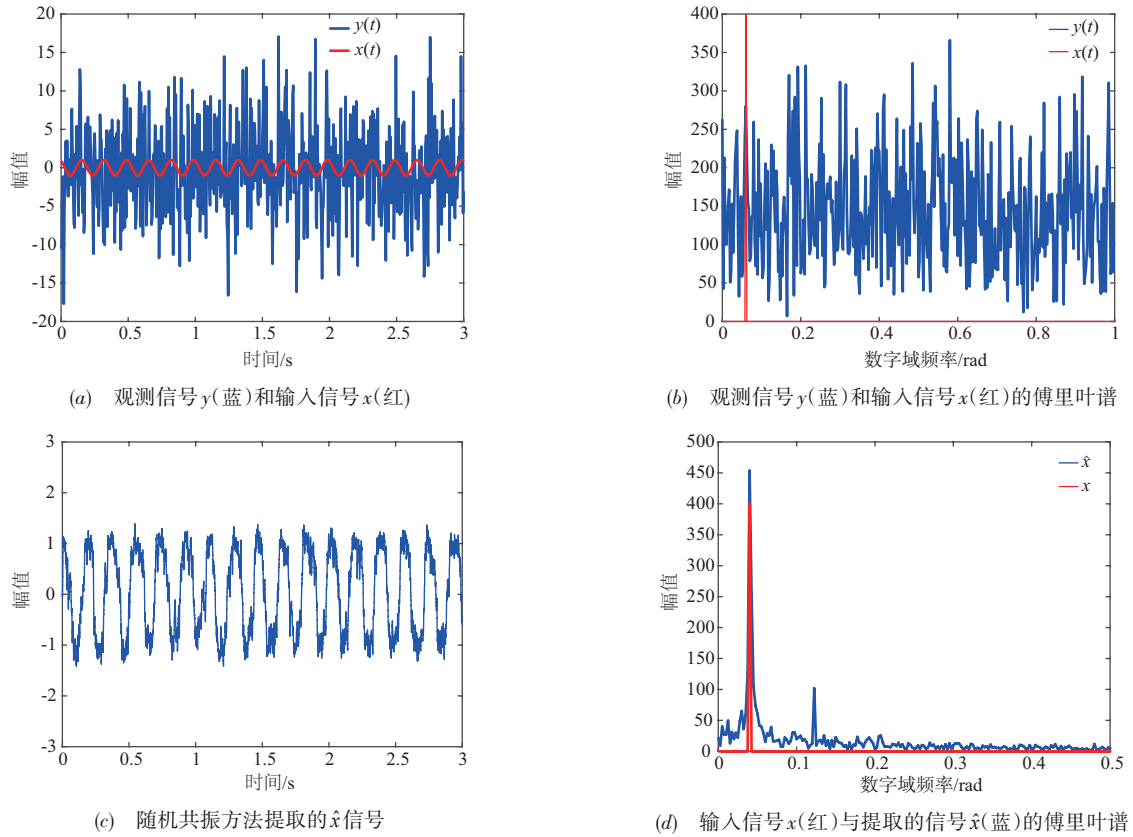


图5 一个具体的随机共振去噪示例

法于双基地逆合成孔径雷达成像弱信号提取,最大可以实现 15.73dB 的信噪比增益;文献[16]应用随机共振结合小波去噪的方法,实现了最高达 30.27dB 的信噪比增益,文献[17]应用自适应随机共振方法对强噪声环境下的弱语音信号进行了检测,可以实现最多达 9.79dB 的信噪比增益.通过图 2 可知,本文方法可以实现最高不超过 30dB 的信噪比增益;单就信噪比提升而言,基本达到随机共振的水平,但不同的是,随机共振没有确知频率的信息指导而达到这一指标,强调目标信号的检测,实现了信噪比的提升;而本文方法在确知频率先验信息的前提下实现了微弱信号的分离提取,为微弱信号提取的方法提供了一种新的探索 and 选择.

4 结 语

基于 NSP- α 的微弱频率确知信号提取的方法可以实现确知频率微弱信号的优先提取,最多实现高达 30dB 信噪比的有效提升,而且特别适合相对低噪声环境下(信噪比小于 -5dB)的微弱信号提取.该方法是常规的单频率微弱确知信号的检测/提取方法之外的一种可选新的探索尝试.

对于信号频率随时间变化的情况该方法提取的信号有较大的幅度涨落,因此,如果为达成实现频率随时间变化的(或存在多普勒频移的)确知频率信号提取的目标,可以考虑改进引入 α_0 的定值约束为时变约束,即将常数的 α_0 修正为 $\alpha_0(t)$,并考虑针对确定常数 α_0 为中心的频率偏移 $\Delta\alpha_0$,设定为约束目标函数的变量不仅仅是 $\alpha_0(t)$,还需考虑 $\Delta\alpha_0$,这样才可能追踪并优先筛选频率随时间变化的(或存在多普勒频移的)确知频率信号提取,而实现此任务是我们下一阶段的核心目标.

参 考 文 献

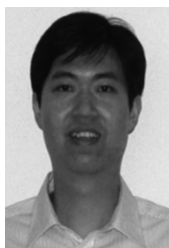
- [1] 赵吉祥,陈超婵,王欢,等.微弱电信号检测方法回顾[J].中国计量学院学报,2009,20(3):201-210.
Zhao J X, Chen C C, Wang H, et al. A review on weak electrical signal detection [J]. Journal of China University of Metrology, 2009, 20(3):201-210.(in Chinese)
- [2] Benzi R, Sutera A, Vulpiani A. The mechanism of stochastic resonance. [J]. Journal of Physics A General Physics, 1981, 14(11):L453-L457.
- [3] 孔德阳,彭华,马金全.基于人工鱼群算法的自适应随机共振方法研究[J].电子学报,2017,45(8):1864-1872.
Kong D Y, Peng H, Ma J Q. Adaptive stochastic resonance method based on artificial-fish swarm optimization [J]. Acta Electronica Sinica, 2017, 45(8):1864-1872. (in Chinese)
- [4] 贺利芳,曹莉,张刚,等.基于幂函数型随机共振的微弱信号恢复[J].电子学报,2018,46(8):1906-1914.
He L F, Cao L, Zhang G, et al. Weak signal recovery based on power function stochastic resonance[J]. Acta Electronica Sinica, 2018, 46(8): 1906-1914. (in Chinese)
- [5] 张政,马金全.低信噪比通信信号的自适应调参随机共振方法[J].电子学报,2019,47(11):2323-2329.
Zhang Z, Ma J Q. Adaptive parameter-tuning stochastic resonance method for communication signals under low SNR [J]. Acta Electronica Sinica, 2019, 47(11): 2323-2329. (in Chinese)
- [6] Huang N E, Shen Z, Long S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert Spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis[J]. Proceedings Mathematical Physical & Engineering Sciences, 1998, 454 (1971): 903-995.
- [7] Peng S, Hwang W L. Adaptive signal decomposition based on local narrow band signals[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(7):2669-2676.
- [8] Peng S, Hwang W L. Null space pursuit: an operator-based approach to adaptive signal separation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(5):2475-2483.
- [9] Hu X Y, Peng S L, Hwang W L. Multicomponent AM-FM signal separation and demodulation with null space pursuit [J]. Signal, Image and Video Processing, 2013, 7(6):1093-1102.
- [10] Guo B K, Peng S L, Hu X Y, et al. Complex-valued differential operator-based method for multi-component signal separation[J]. Signal Process, 2017, 132: 66-76.
- [11] Hu X Y, Peng S L, Hwang W L. Adaptive integral operators for signal separation[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2015, 22(9):1383-1387.
- [12] Guo B K, Peng S L, Hu X Y, et al. Multi-operator based signal separation approach[A]. 2016 IEEE International Conference on Digital Signal Processing (DSP)[C]. Beijing:IEEE,2016. 39-43.
- [13] Hwang W L, Ho J. Null space component analysis for noisy blind source separation[J]. Signal Processing, 2015, 109: 301-316.
- [14] Dong Z H, Hu W P. On parameters of null space pursuit based on frequency resolution[A]. The 5th International Congress on Image and Signal Processing (CISP'12)[C]. Chongqing: IEEE, 2012. 1449-1452.
- [15] 邓冬虎,朱小鹏,张群,等.基于随机共振理论的双基 ISAR 弱信号提取及成像分析[J].电子学报,2012,40(9):1809-1816.
Deng D H, Zhu X P, Zhang Q, et al. Weak signals extraction and imaging analysis in bistatic ISAR systems based

- on stochastic resonance[J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(9): 1809 – 1816. (in Chinese)
- [16] 李浩, 马晓岩. 一种基于随机共振的弱信号检测方法[J]. 空军雷达学院学报, 2006, 20(2): 98 – 100.
Li H, Ma X Y. A method of weak signal detection via stochastic resonance[J]. Journal of Air Force Radar Academy, 2006, 20(2): 98 – 100. (in Chinese)
- [17] 卢欢欢, 王辅忠, 张慧春. 基于自适应随机共振理论强噪声背景下的弱语音信号检测[J]. 生物医学工程学杂志, 2016, 33(2): 357 – 361.
Lu H H, Wang F Z, Zhang H C. Detection of weak speech signals from strong noise background based on adaptive stochastic resonance[J]. Journal of Biomedical Engineering, 2016, 33(2): 357 – 361. (in Chinese)

作者简介



胡维平 男, 1963年生, 浙江舟山人, 广西师范大学电子工程学院教授, 研究方向为自适应信号处理, 语音信号处理等



胡晰远 男, 1984年生, 江西南昌人, 南京理工大学计算机科学与工程学院教授, 研究方向为自适应信号处理, 数字图像处理与压缩等